Equations Différentielles

Aubin SIONVILLE

MPI Clemenceau - 2021-2023

Théorème de Cauchy

Hypothèses :

(E) une EDL
$(a_0 \dots a_n)$ continues sur I
$t_0 \in I, (\alpha_0 \dots \alpha_n) \in \mathbb{C}^n$

$$\boxed{\exists! y, \begin{cases} y \text{ solution de } (E) \\ \forall i \in [\![0, n-1]\!], y^{(i)}(t_0) = (\alpha_i) \end{cases}}$$

Solution générale

Ordre 1 : $ay' + by = 0$

Solution générale : $\boxed{y_g = Ce^{-\frac{b}{a}t}}$

Ordre 2 harmonique : $y'' + \omega^2 y = 0$

Solution générale : $\boxed{y_g = A\sin(\omega t) + B\cos(\omega t)}$

Ordre 2 non-harmonique : $ay'' + by' + cy = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

Si $\Delta > 0$:

$$\boxed{\text{Racines } : \frac{-b \pm \sqrt{\Lambda}}{2a}}$$

$$\boxed{y_g = A\mathrm{e}^{r_1 t} + B\mathrm{e}^{r_2 t}}$$

Si $\Delta = 0$:

$$\boxed{\text{Racine } : \frac{-b}{2a}}$$

$$\boxed{y_g = (A + Bt)\mathrm{e}^{rt}}$$

Si $\Delta < 0$:

$$\boxed{\text{Racines } : \alpha \pm i\omega}$$

$$\boxed{y_g = \Big(A\sin(\omega t) + B\cos(\omega t)\Big)\mathrm{e}^{\alpha t}}$$

Solution particulière

Selon le type de second membre

Constante	$A\sin(\omega t) + B\cos(\omega t)$	Somme
$\boxed{y_p = \text{Cst}}$	Utiliser $\cos(\omega t) = (Re)(\mathrm{e}^{i\omega t})$ et $\sin(\omega t) = (Im)(\mathrm{e}^{i\omega t})$ Chercher y_p solution de l'équation complexe associée $\boxed{y_p} = C\mathrm{e}^{i\omega t}$	Somme des solutions partielles